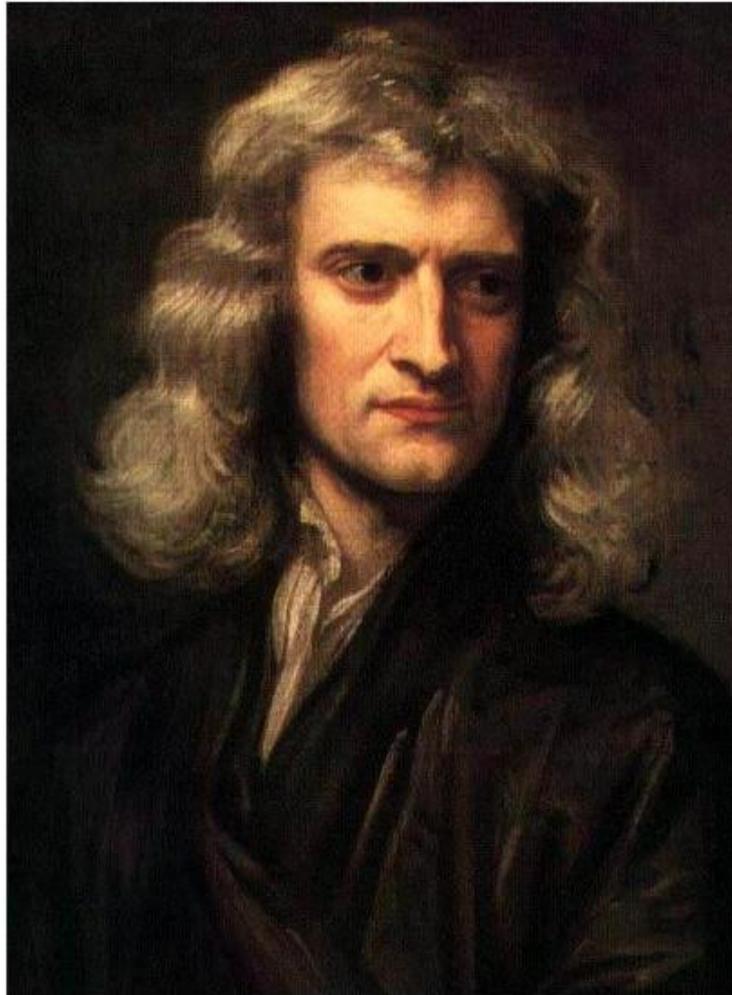




Newton versus Leibniz: la guerra dei giganti

Maurizio Grasselli (Seminario di Cultura Matematica 27/4/2016)

Isaac Newton



Gottfried Wilhelm (von) Leibniz



25-12-1642 nasce a Woolsthorpe (Inghilterra)

1661 ammesso a Cambridge (Trinity College)

1665 consegue il BA, Cambridge chiude per la grande peste

1665-1667 anni mirabiles

1667-1668 torna a Cambridge, eletto Fellow del Trinity, consegue il MA

1669 nominato professore Lucasiano (il secondo dopo Isaac Barrow)

1672 eletto Fellow Royal Society

1676 due lettere a Leibniz (epistola prior, epistola posterior)

1687 *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (prima ed.)

1696-1701 Warden (e poi Master) della zecca reale

1703 eletto presidente della Royal Society

1704 *De quadratura curvarum, Opticks* (prima ed.)

1705 nominato Sir dalla regina Anna

20/3/1727 muore a Londra, sepolto con grandi onori a Westminster

1/7/1646 nasce a Lipsia (Elettorado di Sassonia)

1661-1661 baccellierato in filosofia (Università di Lipsia)

1666 De Arte Combinatoria (abilitazione in Filosofia)

1666 Dottorato in legge (Università di Altdorf), entra in servizio presso l'Elettore di Mainz

1672-1676 a Parigi in missione diplomatica (**conosce Huygens, inizia a studiare matematica e ottiene i primi risultati**)

1673 eletto membro straniero della Royal Society

1676 entra al servizio della corte di Hannover

1684 *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur et singulare pro illis calculi genus*

1686 Discours de métaphysique

1710 Teodicea

1715 Monadologia

14/11/1716 muore ad Hannover senza onore alcuno

Rispetto ai predecessori (p.es. Barrow, Cavalieri, Fermat, Torricelli):

- 1) riducono un'ampia varietà di problemi a due problemi fondamentali
(*calcolo delle tangenti, calcolo delle aree*)
- 2) riconoscono che i due problemi sono l'uno l'inverso dell'altro
(*perfezionamento del teorema fondamentale del Calcolo*)
- 3) creano algoritmi efficienti

Newton e Leibniz

non parlano mai di funzioni, ma di quantità

la loro variazione le loro differenze, ... , in relazione
a specifiche entità geometriche

si riferiscono sempre ad un continuum di tipo geometrico o cinematico

(e mai, naturalmente, al continuum dei numeri reali)
per attuare le loro embrionali procedure di *limite*

1664-1665 sviluppo binomiale con esponenti non interi

(estensione di risultati di Wallis), calcolo di aree approssimate (quadratura)

1665 il (primo) teorema fondamentale del Calcolo (uso di incrementi infinitesimi) [già provato da Barrow e da Gregory con metodi più geometrici]

1669 *De analysi per æquationes numero terminorum infinita*

(manoscritto dedicato principalmente agli sviluppi in serie e alle loro applicazioni ai problemi di quadratura)

1670-1671 *De methodis serierum et fluxionum* (manoscritto)

Qui precisa e approfondisce l'algoritmo introdotto nel 1665-1666

FLUENTI: quantità che fluiscono nel tempo (p.es. il moto di un punto genera una linea,...)

FLUSSIONI: velocità istantanee delle fluenti

MOMENTI (delle fluenti): piccoli incrementi **infinitesimi** che si sommano alle fluenti in intervalli di tempo **infinitamente piccoli**

notazione (**1691**): x (fluente), \dot{x} (flussione), $\dot{x}o$ (momento della fluente x)

Metodo diretto: data la lunghezza di uno spazio in ogni tempo, trovare la velocità del moto in ogni tempo (dalla fluente alla flussione)

*Noi diremmo **derivazione***

Metodo inverso: data la velocità del moto in ogni tempo, trovare la lunghezza dello spazio in ogni tempo (dalla flussione alla fluente)

*Noi diremmo **integrazione***

Data una curva di equazione (grazie a Cartesio...)

$$f(x, y) = 0$$

si suppone che, in modo uniforme,

x fluisca in $x + \dot{x}o$ e y fluisca in $y + \dot{y}o$

quindi si ricava

$$f(x, y) = f(x + \dot{x}o, y + \dot{y}o)$$

si usano quindi gli sviluppi in serie, **si cancellano gli infinitesimi** (i termini contenenti o scompaiono) e si trova una relazione tra \dot{x} e \dot{y} (quantità finite)

Questo è un problema più difficile.

Data l'equazione flussionale (differenziale, diremo noi)

$$f(x, y, \dot{x}, \dot{y}) = 0$$

si cerca un'equazione

$$g(x, y, c) = 0$$

tale che l'algoritmo diretto fornisca l'equazione flussionale data

Cambiare variabile per ridursi ad un caso contenuto in una tabella di fluenti nota (i.e. tavola di integrali direbbe Leibniz e diremo noi)

Utilizzare espansioni in serie (i.e. integrazione termine a termine)

Newton sembra sentire il bisogno di un concetto di limite quando sottolinea il fatto che le flussioni devono sempre essere considerate come quozienti (ragioni)

1676 scrive il *De quadratura curvarum* e cerca di rimuovere le tracce dell'infinitamente piccolo, p.es. calcola la flussione di x^n usando un incremento infinitesimo o (non $\dot{x}o$) e, dopo averlo eliminato, parla di **ultima ragione** di incrementi evanescenti

1687 nei *Principia* formula il

metodo delle prime e ultime ragioni

Dai Principia: *“ogniqualevolta in quel che segue io considero quantità come consistenti di particelle ... al posto di linee rette, io vorrei che fosse sempre inteso che ho in mente non indivisibili ma divisibili evanescenti, non somme e quozienti di parti definite ma i limiti di tali somme e quozienti e che la forza di queste dimostrazioni riposi sempre sul metodo dei lemmi precedenti”*

Per esempio

Lemma 1: *“Quantità, e anche frazioni di quantità, le quali in qualsiasi tempo finito tendono ad un'identità, e le quali prima della fine di quel tempo si approssimano l'un'altra **in modo tale che la loro differenza sia minore di qualsiasi quantità data, divengono infine uguali.**”*

Si parla sempre di grandezze geometriche e non di numeri!

1672-1673 l'interesse per la combinatorica lo conduce ad esaminare successioni di differenze

$$a_n = b_n - b_{n+1}$$

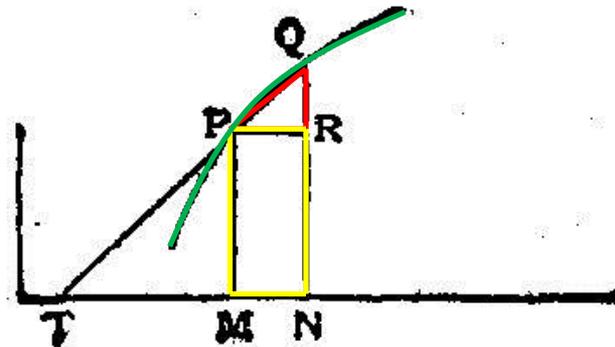
che forniscono una semplice espressione della somma finita $\sum_{j=1}^n a_j$ e quindi a dedurre la somma di diverse serie infinite, un'idea che giocherà un ruolo importante successivamente (i.e. *somme* di infiniti termini che si possono ottenere *sommando* delle differenze)

1673-1674 inizia a sviluppare l'idea e prova quel che oggi chiamiamo regola di integrazione per parti (teorema di transmutazione), emerge la relazione tra il problema della tangente e quello della quadratura

1675 inizia a compiere i passi cruciali

introduzione del triangolo caratteristico PQR (vedi sotto)

area sottesa a una curva come somma di strisce infinitesime e tangente che dipende dal rapporto tra QR e PR infinitesimi



Il lati infinitesimi (differenziali) del triangolo caratteristico possono essere scelti in diversi modi (p.es. dx costante e dy, ds variabili)

differenziale di una quantità finita x : quantità infinitamente piccola

integrale di una quantità y (ordinata di una curva): somma di differenze infinitesime dy della forma ydx

dimensionalmente più chiaro dell'approccio cinematico di Newton

questo facilita l'introduzione e l'uso di infinitesimi di ordine superiore

1684 nel **Nova methodus** appaiono le regole del calcolo differenziale che conosciamo e viene introdotto il simbolo

$$dx$$

l'idea è sempre quella di trascurare gli infinitesimi di ordine superiore

$$d(xy) = (x + dx)(y + dy) - xy = xdy + ydx$$

il Calcolo di Leibniz considera successioni di quantità variabili e le loro differenze infinitesime (non funzioni e loro derivate)

la derivata come noi la intendiamo verrà introdotta dai fratelli Bernoulli agli inizi del 1690 (e riportata nel classico testo di de L'Hôpital del 1696)

1686 De Geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum

Leibniz introduce il ben noto simbolo di integrale. Il calcolo di

$$\int ydx$$

viene effettuato mediante sostituzione di variabili o integrazione per parti.

1693 Leibniz prova il teorema fondamentale del Calcolo, non cita Barrow (Geometrical Lectures), ma gli argomenti geometrici sono simili, tuttavia la notazione è più semplice ed efficace

P.es. se z è tale che $dz = ydx$ allora

$$\int ydx = \int dz = d \int z = z$$

è a Londra in missione diplomatica

è un novizio in Matematica

incontra amici intimi di Newton (Collins e Oldenburg)

acquista una copia delle Geometrical Lectures di Barrow: quanto è influenzato da questo testo?

è *accusato* di plagio su una questione relativa alle serie numeriche ma si discolpa mostrando le sue note

presenta alla Royal Society la sua macchina calcolatrice (Hooke ☹)

studia i lavori di Cavalieri, Gregory, Pascal et al.

inizia a lavorare sulle serie e sui metodi di sommazione

corrisponde regolarmente con Oldenburg (segretario Royal Society)

scopre che alcuni dei suoi risultati sulle serie sono stati anticipati dai Britannici (in particolare da Gregory e da Newton)

inizia a maturare alcune idee sul Calcolo differenziale

pare che non abbia notizia del lavoro di Newton anche se incontra Tschirnhaus il quale ha trascorso qualche tempo in Inghilterra incontrando Collins, Newton e Wallis

Leibniz condivide con Collins e Oldenburg la sua serie che converge a $\frac{\pi}{4}$

Newton cede a Collins e Oldenburg e accetta di corrispondere con Leibniz (via Oldenburg), probabilmente non ne ha mai sentito parlare

scrive l'epistola prior, il tono è amichevole e informativo

descrive il teorema binomiale grazie al quale certe quantità possono essere ridotte a serie infinite, menziona che tutte le curve meccaniche possono essere così ridotte a serie infinite e quindi le aree, le lunghezze, i volumi e le superfici ad esse associate possono essere calcolate grazie alle serie

non parla di flussioni

Leibniz replica descrivendo il suo lavoro sulle serie e chiedendo alcuni chiarimenti su certi punti della prima lettera

Newton scrive una seconda lettera, il tono è più guardingo (dirà poi a Oldenburg di non voler più corrispondere con Leibniz), sostiene di aver ottenuto un metodo generale per tracciare le tangenti, calcolare i massimi e i minimi di una curva e altri argomenti che non intende tuttavia precisare, cela l'essenza del metodo nell'anagramma cifrato

6a cc d ae 13e ff 7i 31 9n 4o 4q rr 4s (8t) 12u x

data un'equazione che coinvolge un numero qualsiasi di quantità fluenti, trovare le flussioni, e vice versa

Prima di ricevere la seconda lettera

Collins ha preparato un compendio dei lavori di Gregory e di Newton (calcolo flussionale)

Leibniz ha occasione di dargli un'occhiata

sembra tuttavia che le sue note dal *De analysi* riguardino solo le serie

1677 Leibniz torna a Parigi e replica a Oldenburg descrivendo le sue scoperte sul Calcolo e, in particolare, la natura reciproca della differenziazione e dell'integrazione come pure la notazione dx

Non accade nulla di significativo, ma Newton sottolinea la superiorità dei metodi geometrici (prisca sapienza) sui metodi algebrici nelle sue note delle lezioni pubblicate nel 1707 (Arithmetica Universalis), nessuna traccia delle flussioni

1684 Leibniz pubblica il suo Calcolo negli Acta Eruditorum, una delle prime riviste «scientifiche» (fondata da Leibniz e da Mencke)

Newton inizia a lavorare ai Principia che usciranno nel 1687

Nei Principia ogni argomento è dimostrato con metodi geometrici anche se spesso basati su ragionamenti che coinvolgono procedure di limite (il calcolo flussionale tuttavia è scarsamente menzionato ma...)

Il lemma flussionale (Lemma II, Libro II) riguarda in realtà i momenti e non menziona le flussioni

se una quantità A subisce una piccola mutazione a allora la quantità A^2 possiede un momento $2Aa$

Newton non usa mai tale lemma nei Principia ma nello Scholium al Lemma II (successivamente modificato) **scrive che Leibniz nel 1677 gli ha inviato un metodo simile al suo calcolo flussionale tranne che per le notazioni**

una risposta indiretta al Nova Methodus?

Professore Saviliano di Geometria a Oxford, ha introdotto il simbolo ∞ , sostenitore e promotore della matematica britannica contro quella continentale

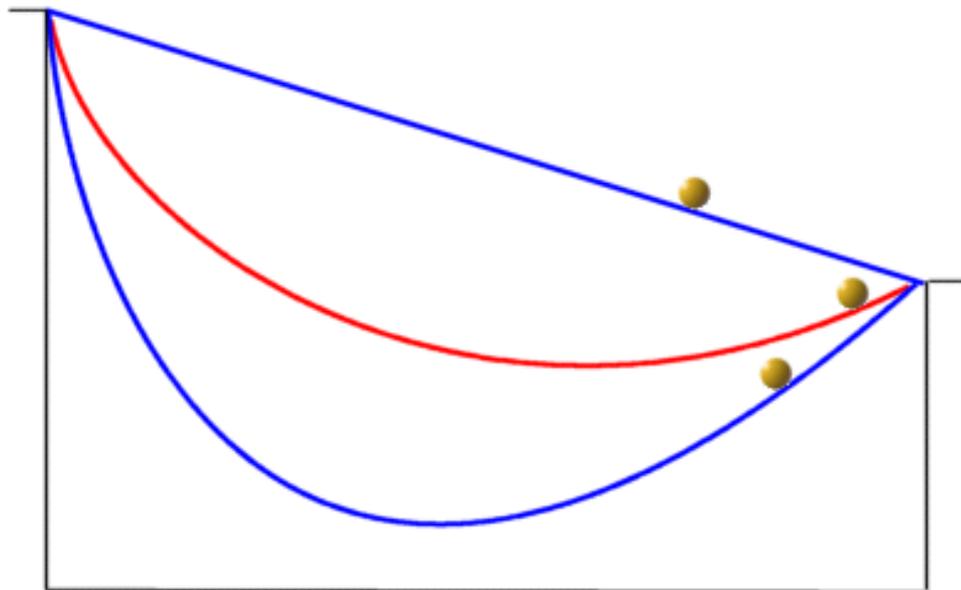
1685 la prima edizione è dedicata principalmente agli sviluppi in serie

1693 la seconda edizione contiene il metodo delle flussioni di Newton che appare a stampa per la prima volta, Newton glielo aveva comunicato per lettera nel 1692, Wallis non lo menziona ma **nei Mathematical Works (1695) menziona invece certe lettere inviate a Leibniz via Oldenburg nel 1676** (Leibniz è offeso dall'implicazione e lo scrive in una lettera a Burnet)

Il metodo delle flussioni riapparirà più tardi a stampa nel De quadratura

1696 Johann Bernoulli (amico di Leibniz) pubblica una sfida negli Acta Eruditorum rivolta ai matematici più acuti dell'epoca: trovare la curva di minima discesa tra due punti dati

The red brachistochrone (inverted cycloid) curve is the curve of fastest descent between two points



Copie del problema (in realtà i problemi sono due) vengono inviate, in particolare, a Newton e a Wallis

Newton dirige la zecca reale e anche se dice di non aver tempo da buttar via con la Matematica, si concentra e risolve il problema

Bernoulli riceve la soluzione anonima (una cicloide) e riconosce l'autore, tuttavia Newton non fornisce alcuna dimostrazione ma una breve descrizione geometrica, altre soluzioni sono fornite da Leibniz, Jakob Bernoulli e de l'Hôpital

Bernoulli scrive a Leibniz domandandosi se Newton abbia sviluppato il suo metodo dopo aver appreso quello di Leibniz nel 1677

Frequenta Jacob Bernoulli e Huygens, ha relazioni epistolari con Leibniz

Membro della Royal Society dal 1688, diventa amico di Newton prima della pubblicazione dei Principia ed ha accesso ai suoi manoscritti e alla sua corrispondenza

Leibniz pubblica una rassegna sul problema della brachistocrona asserendo che **solo quelli che comprendono i misteri del nostro calcolo differenziale possono risolvere il problema, nella lista Fatio non figura**

Fatio interpreta l'affermazione di Leibniz come un'accusa a Newton di avere appreso il Calcolo da Leibniz stesso, inoltre si risente poiché non compare nella lista

1699 Fatio pubblica un breve saggio sulla brachistocrona nel quale scrive:

Riconosco che Newton fu il primo e per molti anni il maggiore (senior) inventore del Calcolo ... circa il fatto se Leibniz, il secondo inventore, abbia usato qualcuna delle sue idee, preferisco lasciar giudicare quelli che hanno visto le lettere di Newton ed altri manoscritti, non il sottoscritto.

e prosegue:

Il costante desiderio di Leibniz di attribuire il Calcolo a se stesso non ingannerebbe chi è familiare con i documenti che io stesso ho esaminato.

Lebniz lavora al progetto di fondare l'Accademia di Berlino e non si cura di quel che giudica un *litigio tra pescivendole*

Nel 1700 replica a Fatio che Newton stesso non sarebbe stato d'accordo con le sue affermazioni e che solo Newton e se stesso furono gli originali fondatori del Calcolo, **come Newton scrisse nello scholium ai Principia**

Fatio cerca di replicare ma gli Acta rifiutano di pubblicare il suo scritto

Newton tace ma

la guerra ha inizio ufficialmente

1693 Newton e Leibniz riprendono la corrispondenza lodandosi a vicenda per i rispettivi contributi e discutendo questioni di ottica

Leibniz pubblica un oscuro saggio sulle cause dei moti celesti (1689) sostenendo di averlo scritto senza conoscere i Principia ma questo è stato dimostrato essere falso (Bertoloni Meli, 1993)

Newton scoprirà nei primi del '700 la teoria di Leibniz, troverà un errore numerico che Leibniz poi correggerà

Newton non è favorevolmente impressionato dalla teoria dei vortici di Leibniz e sospetta che la proclamata ignoranza dei Principia sia falsa

1703 Cheyne pubblica *Sul metodo inverso delle flussioni*, trattato di calcolo integrale basato sulle idee di Newton e Gregory, al termine del libro dichiara che tutto quello che è stato pubblicato negli ultimi 24 anni è solo una ripetizione o facili corollari di quel che Newton ha comunicato molti anni fa ai suoi amici o in pubblico

1685 -1704 vengono pubblicati 11 trattati inglesi in cui si usano le flussioni (solo 3 menzionano Leibniz)

Bernoulli e Leibniz sono sorpresi

Leibniz asserisce che non gli risulta che il Calcolo fosse noto a Newton in qualche forma prima della sua scoperta

1704 in appendice all'Ottica pubblica due trattati (De quadratura curvarum e Enumeratio linearum tertii ordinis)

Per la prima volta Newton pubblica il suo Calcolo e lo spiega in termini geometrici

Il trattato di de L'Hôpital (basato sulle lezioni di Johann Bernoulli) ha ormai 8 anni, quindi Newton non dice nulla di nuovo, ma Leibniz, leggendolo, comprende che Newton era andato ben oltre le serie e alcuni ingegnosi metodi ad hoc ovvero aveva elaborato una teoria simile la sua usando una diversa notazione

la disputa è più seria di quanto Leibniz pensasse

1705 appare negli Acta la recensione anonima dell'Optica (e soprattutto delle due appendici matematiche), l'autore è Leibniz

scrive:

invece delle differenze Leibniziane il Signor Newton impiega, come ha sempre fatto, le flussioni le quali sono quasi la stessa cosa degli incrementi delle fluenti generate nelle più piccole uguali porzioni di tempo. Egli ha fatto un uso elegante di entrambe nei suoi Principia Mathematica e in altre pubblicazioni... proprio come Honoré Fabri nella sua Synopsis Geometrica sostituì l'avanzamento dei movimenti al metodo di Cavalieri.

La recensione contiene anche elogi per Newton il quale non la legge subito o, perlomeno, non individua in essa alcuna malevolenza...

ma nel **1710** John Keill, scozzese, allievo di Gregory e seguace di Newton, pubblica il suo primo lavoro (Le Leggi della Forza Centripeta) nelle Philosophical Transactions in cui dichiara:

tutte queste cose seguono dalla molto celebrata aritmetica delle flussioni, che il Signor Newton ha scoperto per primo senza ombra di dubbio, come chiunque può facilmente accertare leggendo le sue lettere pubblicate da Wallis (1693) e tuttavia la stessa aritmetica fu successivamente pubblicata dal Signor Leibniz negli Acta Eruditorum cambiando il nome e il simbolismo.

Leibniz ☹ scrive al Segretario della Royal Society Hans Sloane protestando contro l'accusa personale di Keill

Sloane chiede consiglio al Presidente: Newton stesso, il quale chiede ragione a Keill

nei primi anni del '700 Leibniz, neo-Cartesiano, aveva manifestato ostilità nei confronti dell'azione a distanza Newtoniana ed aveva criticato i lavori di diversi Newtoniani negli Acta (questo equivaleva ad attaccare Newton in persona)

Keill rende note le critiche contenute negli Acta a Newton (e ai suoi seguaci)

Keill scrive (con l'aiuto di Newton) una corposa lettera a Leibniz affermando che nelle due lettere del 1676 Newton *ha fornito indicazioni abbastanza chiare a quell'uomo della più vivace intelligenza, dalle quali Leibniz ha derivato i principi del [suo] Calcolo, o almeno li avrebbe potuti dedurre.*

Newton, dichiara Keill, fece progressi nel Calcolo entro il 1671 più di chiunque altro fino ai giorni nostri

La lettera è approvata e inviata a Berlino nel maggio **1711**

Nel frattempo vengono stampati il *De analysi* (dopo 42 anni) e altri scritti (in particolare il recente *Methodus differentialis*)

La seconda lettera di Leibniz arriva a Londra nel gennaio **1712**

vuole le scuse di Keill e chiede a Newton di fare una dichiarazione verbale davanti alla Royal Society

egli sostiene che nelle recensioni degli Acta ciascuno *ha avuto la sua parte* e anche di essere il primo autore del nuovo Calcolo ma non il primo aggressore nella disputa ormai in atto

6 marzo **1712**: viene istituita una commissione di 10 membri per analizzare la questione, i membri sono principalmente matematici ma c'è anche l'ambasciatore prussiano a Londra, **la maggioranza è costituita da uomini di Newton**

Il 24 aprile del **1712** il rapporto è pronto, esso si basa su un dossier preparato da Newton e su un rapporto stilato da Newton stesso

Il giudizio è Il Signor Newton fu il primo inventore [del Calcolo] e siamo dell'opinione che il Signor Keill nell'asserire ciò non sia stato in alcun modo ingiurioso nei confronti del Signor Leibniz

La Royal Society ordina di stampare il rapporto e una selezione di documenti [in Latino per la circolazione internazionale] che appare alla fine del 1712 il suo titolo è La Corrispondenza del Signor John Collins ed Altri riguardante la Promozione dell'Analisi ma è noto come

Commercium Epistolicum

10 anni più tardi (6 dopo la morte di Leibniz) Newton prepara dietro le quinte una seconda edizione del *Commercium* che sottolinea con maggior vigore la sua priorità

la scoperta in età Vittoriana di questa duplicità di Newton fece scalpore, lui che scrisse a Leibniz *nessun uomo dovrebbe essere testimone nella sua propria causa!*

le conseguenze del *Commercium* nel Continente furono tali da isolare i matematici Britannici per circa un secolo

Maggio **1713** Johann Bernoulli invia a Leibniz un resoconto dettagliato delle iniquità contenute nel *Commercium*

Leibniz, a Vienna, già irritato per le critiche alla sua ipotesi sui vortici, per la filosofia dell'attrazione Newtoniana, per le allusioni al suo supposto plagio e per l'*innaturale xenofobia* dimostrata dagli Inglesi, fa pubblicare anonimamente sugli Acta la **Charta Volans** (luglio **1713**) basata sulle lettere di Johann Bernoulli ed altri

lo scopo è quello di rendere pubbliche le ingiustizie commesse da Newton nei suoi confronti e gli errori perpetrati da Newton e dai suoi accoliti

Scrive, in particolare,

avendo immeritatamente ottenuto una parte di riconoscimento in questo, grazie alla gentilezza di uno straniero [cioè Leibniz], egli [Newton] voleva averlo interamente.

La Charta Volans è distribuita ampiamente nel Continente con ulteriori osservazioni di Leibniz

1714 viene pubblicata sul Journal Littéraire de la Haye, una risposta di Keill (probabilmente concordata con Newton), inizia così uno scambio di accuse e confutazioni tra i Newtoniani e i Leibniziani

1715 Newton pubblica (in forma anonima) nelle Philosophical Transactions un rendiconto del Commercium nel quale si ribadisce la priorità della scoperta e la superiorità del concetto di flussione rispetto a quello di differenziale

in particolare scrive che gran parte delle proposizioni dei Principia sono state ottenute con la nuova analisi flussionale e poi dimostrate con metodi sintetici di natura geometrica (i soli affidabili)

tale affermazione non è sostenuta dai fatti

Si concentra principalmente sulle critiche alla filosofia naturale Newtoniana dimostrando di essere un metafisico più solido di Newton dei suoi seguaci

inizia a scrivere l'*Historia et Origo Calculi Differentialis* (incompiuta e pubblicata solo nell'800) in cui descrive l'evoluzione del suo pensiero matematico

dopo la morte di Leibniz, Johann Bernoulli, il Leibniziano par excellence, cerca di riconciliarsi con Newton lodandolo, ma Newton, pur rimanendo formalmente corretto, non dimentica il sostegno dato da Bernoulli a Leibniz nella controversia

I due fronti continuarono a mantenere le loro posizioni anche dopo la morte di Leibniz attraverso caustici (e, a volte, puerili) scambi epistolari per poi esaurirsi come un fiume in un deserto

Rupert Hall scrive

Esaminare gli ultimi anni della disputa sul Calcolo non accresce l'ammirazione per alcuni dei maggiori rappresentanti della razza umana

Sembra ragionevole affermare che il Calcolo fu “inventato” da Newton e da Leibniz in modo indipendente

Newton è il primo secondo le fonti ma, da un punto di vista moderno, **Leibniz** è il primo poiché, come scrive il sociologo E.K. Merton,

“Nella scienza nulla ti appartiene fino a che non lo regali”

I secondi inventori non hanno diritti asseriva Newton nel pieno della controversia ma, come credo di aver mostrato, la questione della priorità non pare avere una soluzione semplice e la controversia continua a suscitare controversie tra gli specialisti

L'approccio geometrico di Newton e le sue notazioni non hanno avuto molto seguito

L'approccio algebrico di Leibniz e le sue notazioni sono alla base degli sviluppi successivi (Eulero, la scuola francese e quella tedesca) che hanno condotto all'Analisi Matematica come noi ora la conosciamo, la impariamo e la trasmettiamo

I Principia stessi vengono reinterpretati utilizzando il Calcolo Leibniziano (p.es. la terza legge di Newton come noi oggi la scriviamo è dovuta a Eulero, **1737**)

Gli infinitesimi di Leibniz sono inoltre alla base dell'Analisi Non-standard



Il chimico **Carl Djerassi** (1923-2015), al quale si deve la scoperta della pillola anti-concezionale, ha scritto un'opera teatrale intitolata *Calculus*, commedia in due atti dedicata alla controversia Newton-Leibniz

<http://www.djerassi.com/calculus/calculusfull.pdf>

La controversia Newton-Leibniz compare nel cosiddetto ciclo Barocco dell'autore di fantascienza **Neal T. Stephenson** (tre volumi divisi in otto libri): **ve lo consiglio!**

<http://www.nealstephenson.com/baroque-cycle/>

Biografie di riferimento

M.R. Antognazza, *Leibniz: an intellectual biography*, CUP, 2008

R.S. Westfall, *Never At Rest: a Biography of Isaac Newton*, CUP, 1980

Due testi di riferimento

D. Bertoloni Meli, *Equivalence and Priority: Newton versus Leibniz*, OUP, 1993

A. Rupert Hall, *Philosophers at War: The Quarrell Between Newton and Leibniz*, CUP, 1980

E. Giusti, *Il calcolo infinitesimale tra Leibniz e Newton*, Rend. Sem. Mat. Univers. Politecn. Torino 46 (1988), 1-29

N. Guicciardini, *Newton's method and Leibniz's calculus*, in History of Analysis, N. Jahnke (ed.), AMS, 2003, 73-103

N. Kollerstrom, *The Birth of Calculus: Towards a More Leibnizian View*, arXiv:1212.2666v1

S. Subramanya Sastry, *The Newton-Leibniz controversy over the invention of the calculus*,
<http://pages.cs.wisc.edu/~sastry/hs323/calculus.pdf>